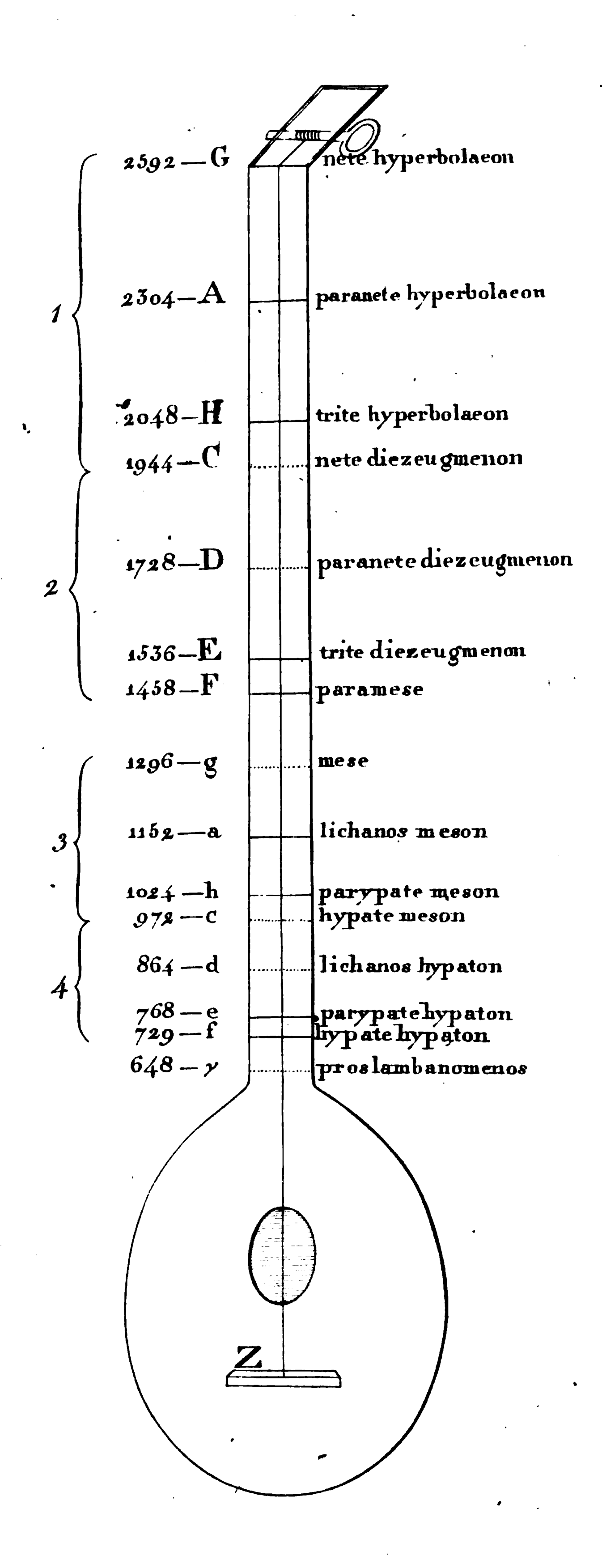

VE RI TAS


Digitized by Google



2592 — G
nete hyperbolaeon
2304 — A
paranete hyperbolaeon
2048 — H
trite hyperbolaeon
1944 — C
nete diezeugmenon
1728 — D
paranete diezeugmenon
1536 — E
trite diezeugmenon
1458 — F
paramese
1296 — g
mese
1152 — a
lichanos meson
1024 — h
parypate meson
972 — c
hypate meson
864 — d
lichanos hypaton
768 — e
parypate hypaton
729 — f
hypate hypaton
648 — γ
proslambanomenos
1
2
3
4
Z

Die

mathematische

Intervallenlehre der Griechen.

Von

Drieberg.

Berlin, 1818.

Auf Kosten des Verfassers.

1.

Einleitung.

(Euclid. sect. canon. p. 23. Porphyr. comment. p. 193. Boeth. de Mus. lib. 1. cap. 6.)

Wenn alles ruhte und sich nichts bewegte, so würde eine Stille eintreten; wenn eine Stille einträte und sich nichts bewegte, würde auch nichts zu hören sein. Daher mufs, wenn etwas gehört werden soll, ein Anstofs und eine Bewegung der Luft vorhergehn. Es setzt demnach jeder Klang einen Anstofs der Luft, und dieser wiederum eine Bewegung derselben voraus. Sind die Bewegungen oder Schwingungen der Luft schnell, so erfolgt ein hoher, sind sie langsam, ein tiefer Klang. Man kann daher sagen, dafs die Klänge aus Theilen zusammengesetzt sind, weil die Höhe und Tiefe derselben durch die Zunahme und Abnahme der Luftschwingungen bestimmt wird. Aber man kann auch sagen, dafs alles, was aus Theilen besteht, durch Zahlenverhältnisse ausgedruckt werden kann; und also mufs man auch die Verhältnisse der Klänge gegen einander d. h. die Intervalle, durch Zahlenver-

hältnisse bestimmen können. Die Zahlenverhältnisse sind entweder vielfach, übertheilig oder übertheilt, und die nemlichen Benennungen erhalten auch die durch sie bezeichneten Intervalle. Die Intervalle sind ferner consonirend oder dissonirend. Die consonirenden Intervalle werden durch vielfache und übertheilige, die dissonirenden Intervalle hingegen, durch übertheilte Verhältnisse ausgedruckt.

Ein vielfaches Verhältniſs (πολλαπλάσιος) ist ein solches, wo die gröſsere Zahl die kleinere mehrere Male z. B. zweimal, dreimal, viermal, fünfmal u. s. w. in sich faſst. Enthält die gröſsere Zahl die kleinere zweimal, so heiſst dies ein zwiefaches oder doppeltes Verhältniſs (διπλάσιος) und erzeugt die Folge 2 : 1, 4 : 2, 6 : 3, 8 : 4 u. s. w. Enthält die gröſsere Zahl die kleinere dreimal, so heiſst dies ein dreifaches Verhältniſs (τριπλάσιος) und erzeugt die Folge 3 : 1, 6 : 2, 9 : 3 u. s. w. Enthält die gröſsere Zahl die kleinere viermal, so heiſst dies ein vierfaches Verhältniſs (τετραπλάσιος) und erzeugt die Folge 4 : 1, 8 : 2, 12 : 3 u. s. w. Die übrigen Gattungen, als fünffach, sechsfach u. s. w. eben so.

Ein übertheiliges Verhältniſs (ἐπιμόριος) ist ein solches, wo die gröſsere Zahl die kleinere einmal und einen ihrer Theile in sich faſst. Eine Folge solcher Verhältnisse ist 3 : 2, 4 : 3, 5 : 4, 6 : 5, 7 : 6, 8 : 7, 9 : 8 u. s. w. Enthält die gröſsere Zahl die kleinere einmal und halb, wie bei 3 zu 2, so heiſst dies ein überzweites oder anderthalbiges Verhältniſs. (ἡμιόλιος) Enthält die gröſsere Zahl die kleinere einmal und den dritten Theil, wie bei 4 zu 3, so heiſst dies ein überdrittes Verhältniſs. (ἐπίτριτος) Enthält die gröſsere Zahl die kleinere einmal und den achten Theil, wie

bei 9 zu 8, so heiſst dies ein überachtiges Verhältniſs. (ἐπόγδοος) u. s. w.

Ein übertheiltes Verhältniſs (ἐπιμερὴς) endlich, ist ein solches, wo die gröſsere Zahl die kleinere einmal und noch einige ihrer Theile in sich faſst. Eine Folge solcher Verhältnisse ist 5 : 3, 7 : 4, 9 : 5, 11 : 6 u. s. w.

2.

Von den Consonanzen und Dissonanzen.

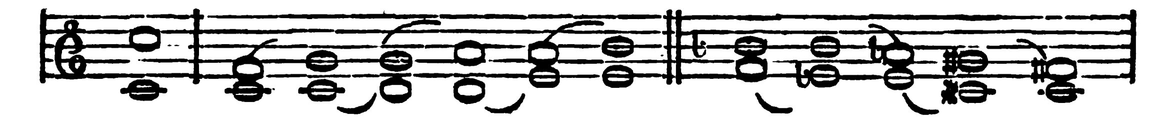
(Euclid. introd. harmon. p. 8. Porphyr. p. 218. Aristoxenus p. 55 et 56. Euclid. sect. canon. th. 17 et 18.)

Eine Consonanz (συμφωνία) ist, wenn zwei Klänge, die in Hinsicht auf Höhe und Tiefe von einander verschieden sind, zusammen angeschlagen, sich so vermischen, daſs beide dem Gehör gleichsam nur als ein Klang erscheinen. Eine Dissonanz (διαφωνία) hingegen ist, wenn bei zweien zusammen angeschlagenen Klängen keine Vermischung Statt findet. Ursprüngliche Consonanzen giebt es drei: die Quarte, Quinte und Octave. Alle Intervalle aber, die kleiner sind als die Quarte, und die zwischen den Consonanzen liegen, sind Dissonanzen.

Erklärung. Stimmen wir z. B. die Quinte, so kommen wir auf einen Punkt, wo wir fühlen, sie sei vollkommen rein; dieser Punkt ist die Consonanz oder die Verschmelzung ihrer beiden Klänge in eins. Einen solchen Vereinigungspunkt haben nur die Quarte, Quinte und Octave; den Terzen und Sexten, obgleich sehr wohlklingenden Intervallen, mangelt er, und eben deshalb

A 2

sind sie Dissonanzen. Die Octave ist die vollkommenste Consonanz, weil ihre beiden Klänge sich am innigsten vereinigen: dann folgt die Quinte und nach dieser die Quarte. Eine Consonanz aber, die etwas über oder unter sich schwebt, d. h. die nicht auf das Aeuſserste rein ist, wird von den Griechen eben so gut, wie etwa die Terz oder Sexte, eine Dissonanz genannt; denn gerade nur in dem vollendet Reinen besteht die Consonanz. Es sind also die Consonanzen solche Intervalle, deren Gröſse von der Natur auf das Allergenaueste und Unabänderlichste festgesetzt ist; und deshalb sind sie auch die Maaſsstäbe, mit welchen die andern Intervalle gemessen — oder wie wir es nennen — gestimmt werden müssen. Unmittelbar ist jedoch nur das Intervall des Tons zu messen, um welches die Quinte gröſser ist als die Quarte. Die Griechen stimmten daher ihre groſsen Instrumente auf folgende Art:



Da nun die Griechen, wie wir, ihre Instrumente durch die Consonanz — d. h. vermöge der Vermischung der Klänge — stimmten; so ist es ausgemacht, daſs ihr Intervallensystem dem unsrigen vollkommen gleich gewesen sein müsse. Ja, nicht das Intervallensystem der Griechen allein, sondern die Systeme aller alten und neueren Völker, die jemals zum Bewuſstsein der Consonanz gelangt sind, müssen dem unsrigen gleich gewesen sein oder es noch sein. Was aber die Temperatur, welche die Griechen nicht kannten, betrifft; so ist die dadurch entstandene Verände-

rung nicht grofs genug, um sie als eine Veränderung des Systems betrachten zu können.

3.

Die Griechischen Benennungen, mit Teutscher Nachbildung, aller durch die Consonanz zu messenden Intervalle.

(Euclid. Introd. harm. p. 8. Bacchi Sen. p. 13.)

Bei den Dissonanzen werden die Töne, bei den Consonanzen die Klänge gezählt.

Die kleine Secunde	Ἡμιτόνιον	der halbe Ton, Halbton.
die grofse Secunde	Τόνος	der Ton.
die kleine Terz	Τριημιτόνιον	der Halbzweiton.
die grofse Terz	Δίτονος	der Zweiton.
die Quarte	Διὰ τεσσάρων	die Allviere.
der Tritonus / die falsche Quinte	Τρίτονος	der Dreiton.
die Quinte	Διὰ πέντε	die Allfünfe.
die kleine Sexte	Τετράτονος	der Vierton.
die grofse Sexte	Τετράτονος καὶ ἡμιτόνιον	der Halbfünfton.
die kleine Septime	Πεντάτονος	der Fünfton.
die grofse Septime	Πεντάτονος καὶ ἡμιτόνιον	der Halbsechston.
die Octave	Διὰ πασῶν	die Allachte.
die kleine None	Διὰ πασῶν καὶ ἡμιτονίῳ	der Halbton in der Achte.
die grofse None	Διὰ πασῶν καὶ τόνῳ	der Ton in der Achte.
die kleine Decime	Διὰ πασῶν καὶ τριημιτονίῳ	derHalbzweiton in derAchte.
die grofse Decime	Διὰ πασῶν καὶ διτόνῳ	der Zweiton in der Acte.
die Undecime	Διὰ πασῶν καὶ Διὰ τεσσάρων	die Allviere in der Achte,

und so fort bis zur Doppelachte δὶς Διὰ πασῶν. Von der Doppelachte wieder wie oben δὶς Διὰ πασῶν καὶ ἡμιτονίῳ, δὶς Διὰ πασῶν καὶ τόνῳ u. s. w.

4.

Die Griechen hatten zwei Klangleitern.

(Gaudent. p. 17. Alyp. p. 2.)

Klangleiter	Tetrachorde	Zahl	Name
Erste Klangleiter		2304	proslambanomenos
	hypaton	2048	hypate hypaton
		1944	parypate hypaton
		1728	lichanos hypaton
	meson	1536	hypate meson
		1458	parypate meson
		1296	lichanos meson
		1152	mese
	diezeugm.	1024	paramese
		972	trite dizeugmenon
		864	paranete diezeugmenon
	hyperbol.	768	nete diezeugmenon
		729	trite hyperbolaeon
		648	paranete hyperbolaeon
		576	nete hyperbolaeon
Zweite Klangleiter		648	proslambanomenos
	hypaton	729	hypate hypaton
		768	parypate hypaton
		864	lichanos hypaton
	meson	972	hypate meson
		1024	parypate meson
		1152	lichanos meson
		1296	mese
	diezeugm.	1458	paramese
		1536	trite diezeugmenon
		1728	paranete diezeugmenon
	hyperbol.	1944	nete diezeugmenon
		2048	trite hyperbolaeon
		2304	paranete hyperbolaeon
		2592	nete hyperbolaeon

Die erste Klangleiter ist für die Instrumente, die zweite für den Gesang. Ich werde der Deutlichkeit wegen, weil bei der ersten Klangleiter viele Dinge erklärt werden müßten, die hier nicht hergehören, nur die zweite gebrauchen; und sie in der dorischen Tonart von **Nete hyperbolaeon** an auf folgende Art bezeichnen: **GAHCDEF gahcdefγ.**
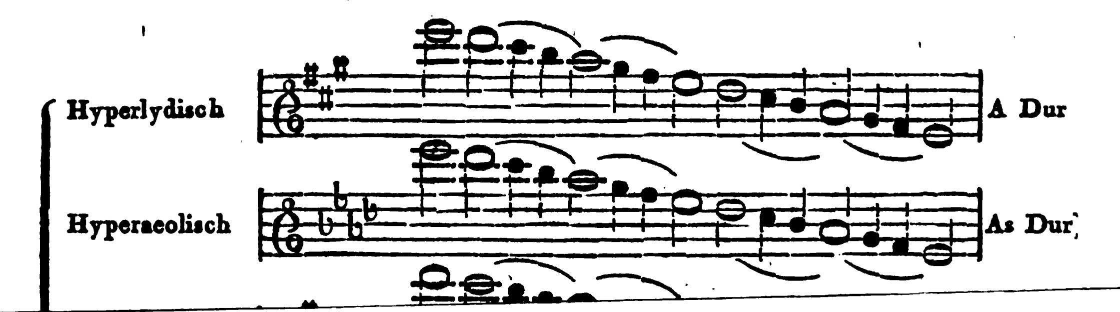
(Zu Seite 7)

5.

Die Tonarten der Griechen.

(Aristid. lib. 1. p. 23.)

Da das Intervallensystem der Griechen das unsrige ist, (s. 2.) so müssen auch ihre Tonarten die unsrigen sein. Hier das Verzeichniſs derselben.

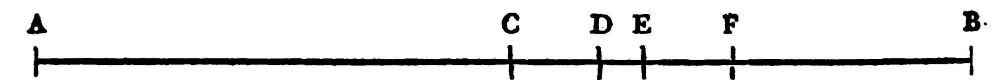


6.

Feststellung der Verhältnisse der Consonanzen.

(Ptolem. lib. 1. cap. 8. Porphyr. p. 293. Nicom. lib. 1. p. 12.)

Die Verhältnisse der Consonanzen sind die Basis der mathematischen Intervallenlehre, indem durch diese das System theoretisch eben so eingerichtet wird, als praktisch durch die Consonanzen selbst. (s. 2.) Es ist daher die Feststellung dieser Verhältnisse ein Gegenstand der äufsersten Wichtigkeit. Die Griechen bedienten sich hierzu vorzugsweise eines einsaitigen Kanons, der dem noch itzt bei uns gebränchlichen sehr ähnlich ist.



Es sei A B die Länge des Kanons und der Saite. Ich theile A B in zwei gleiche Hälften A C und C B. Wenn ich nun bei C einen Steg untersetze und die beiden Theile der Saite zusammen anschlage, so geben sie den Einklang an, welcher daher das Verhältnifs der Gleichheit 1 zu 1 hat.

Um jezt die Verhältnisse der Consonanzen zu entdecken, schiebe ich den Steg von C, beständig die beiden Klänge der getheilten Saite zusammen anschlagend, allmählig nach B zu vorwärts, bis ich auf einen Punkt komme, wo die beiden Klänge durch ihre vollendete Vermischung, dem Gehör gleichsam nur als ein Klang erscheinen. (s. 2.) Diese Vermischung der Klänge zeigt die Consonanz der Allviere an, deren nun gefundene Lage auf dem Kanon ich durch D bezeichne. Mifst man jezt A D und

D B mit dem Zirkel, so findet sich, daſs A D vier solcher Theile enthält, wie D B deren drei. Es wird daher festgesetzt: die Allviere hat das Verhältniſs 4 zu 3.

Die zweite Consonanz zu finden verfahre ich wie oben bei der Allviere, indem ich wiederum den Steg von D nach B zu vorwärts schiebe, bis eine abermalige Klangvermischung mir den Punkt angiebt, wo die Consonanz der Allfünfe auf dem Kanon liegt, deren Lage ich durch E bezeichne. Miſst man jezt A E und E B mit dem Zirkel, so findet sich daſs A E drei solcher Theile enthält wie E B deren zwei. Es wird daher festgestellt: die Allfünfe hat das Verhältniſs 3 zu 2.

Die dritte Consonanz finde ich auf gleiche Weise, wie die beiden vorhergehenden, indem ich wiederum den Steg von E nach B zu vorwärts schiebe, bis ein neuer Klangverein mir den Punkt angiebt, wo die Consonanz der Allachte auf dem Kanon liegt, deren Lage ich durch F bezeichne. Miſst man jezt A F und F B mit dem Zirkel, so findet sich daſs A F zwei solcher Theile enthält wie F B deren einen. Es wird daher festgestellt: die allachte hat das Verhältniſs 2 zu 1. — Fahre ich fort den Steg immer weiter nach B zu zu schieben, so kehren diese drei Consonanzen mit der Allachte verbunden, in gleicher Folge wieder zurück.

Da es kein Mittel giebt, die Richtigkeit der consonischen Verhältnisse mathematisch zu erweisen, und da ferner auch dargethan werden muſste, daſs alle klingende Körper gleichen akustischen Gesetzen unterworfen sind; so haben die Pythagoräer ihre Untersuchungen fast ins Unendliche vervielfältigt. Einige nahmen

men vier Flöten (αὐλοὺς) von gleicher Dicke und Höhlung, deren Länge nach den Verhältnissen der Consonanzen eingerichtet war, und die, zwei und zwei angeblasen, dasselbe Resultat wie der einsaitige Kanon gaben. Andre nahmen nur zwei Flöten ebenfalls von gleicher Dicke und Höhlung, und theilten die eine durch eingebohrte Löcher in zwei, drei und vier gleiche Theile. Wurde nun die Hälfte dieser Flöte, zwei Drittheile oder drei Viertheile gegen die andre ganze Flöte angeblasen, so erhielten sie auch auf diese Art die Consonanzen der Allachte, Allfünfe und Allviere. Wieder andre nahmen vier Saiten von gleicher Länge und Stärke, welche sie mit Gewichten, nach den consonischen Verhältnissen abgewogen, belasteten. So bekam die erste Saite ein Gewicht von 6 Pfund, die zweite von 8, die dritte von 9 und die vierte von 12 Pfund. Zusammenangeschlagen gaben die erste und zweite Saite die Allviere, die erste und dritte die Allfünfe, und die erste und vierte die Allachte an. Ferner nahmen einige vier Becher von gleicher Gröſse, Form und Materie. Den ersten lieſsen sie leer, von dem zweiten füllten sie ein Viertheil, von dem dritten ein Drittheil, und von dem vierten die Hälfte mit Wasser an, und erhielten auf diese Art gleichfalls die drei Consonanzen. Auch mit Metallscheiben (δίσκους) deren Gröſse nach den Verhältnissen der Allviere, Allfünfe und Allachte eingerichtet war, stellten sie Versuche an, und fanden auch hier die Richtigkeit der consonischen Verhältnisse bestätigt u. s. w.

7.

Theilung des Kanons nach dem unveränderlichen System.

(Ptolem. lib. 2. cap. 12. Nicomach. lib. 1. cap. 8. Meibom. notae in Nicom. p. 45. Euclid. sect. canon. th. 20 et 21. Aristid. Quint. p. 116. Jamblich. in Nicom. arithm. edit. Tennul. p. 170.)

Der bereits angeführte einsaitige Kanon (s. 6.) auf welchem die Klänge eines Intervalls zugleich angeschlagen werden konnten, war zu keinem andern Gebrauch als zur Feststellung der Verhältnisse der Consonanzen bestimmt. Zur Einrichtung des ganzen Systems bedienten sich die Pythagoräer eines Instruments, welches ursprünglich Pandura (πανδοῦρα) hiefs, aber von ihnen ebenfalls einsaitiger Kanon (μονοχόρδος κάνων) genannt wurde. (Siehe Zeichnung.)

Lage der Allviere.

Ich theile G Z in vier gleiche Theile und setze drei derselben Z C. Wenn nun die vier Theile G Z gegen die drei Theile C Z angeschlagen werden, so geben sie die Allviere, Nete hyperbolaeon, Nete diezeugmenon an. In Zahlen wird dies Klangverhältnifs durch 4 zu 3 ausgedruckt.

Lage der Allfünfe.

Ich theile G Z in drei gleiche Theile und setze zwei derselben Z D. Wenn nun die drei Theile G Z gegen die zwei Theile D Z angeschlagen werden, so geben sie die Allfünfe, Nete hyperbolaeon, Paranete diezeugmenon an. In Zahlen wird dies Klangverhältnifs durch 3 zu 2 ausgedruckt.

Lage der Allachte.

Ich theile G Z bei g in zwei gleiche Theile. Wenn nun die zwei Theile G Z gegen den einen Theil g Z angeschlagen werden, so geben sie die Allachte, Nete hyperbolaeon, Mese an. In Zahlen wird dies Klangverhältniſs durch 2 zu 1 ausgedruckt.

Lage der Allviere in der Achte.

Ich theile G Z in acht gleiche Theile und setze drei derselben Z c. Wenn nun die acht Theile G Z gegen die drei Theile c Z angeschlagen werden, so geben sie die Allviere in der Achte, Nete hyperbolaeon, Hypate meson an. In Zahlen wird dies Klangverhältniſs durch 8 zu 3 ausgedruckt. Dies Intervall wurde von den früheren Pythagoräern, da es weder vielfach noch übertheilig ist, (s. 1.) für eine Dissonanz gehalten.

Lage der Allfünfe in der Achte.

Ich theile G Z in drei gleiche Theile und setze einen derselben Z d. Wenn nun die drei Theile G Z gegen den einen Theil d Z angeschlagen werden, so geben sie die Allfünfe in der Achte, Nete hyperbolaeon, Lichanos hypaton an. In Zahlen wird dies Klangverhältniſs durch 3 zu 1 ausgedruckt.

Lage der Doppelachte.

Ich theile G Z in vier gleiche Theile und setze einen derselben Z γ. Wenn nun die vier Theile G Z gegen den einen Theil γ Z angeschlagen werden, so geben sie die Doppelachte Nete hyperbolaeon, Proslambanomenos an. In Zahlen wird dies Klangverhältniſs durch 4 zu 1 ausgedruckt.

Ferner entsteht durch die Abtheilung der Allviere und Allfünfe das Intervall des Tons C Z, D Z, um welches die Allfünfe gröſser ist als die Allviere. Sein Verhältniſs ist 9 zu 8, weil C Z genau neun solcher Theile wie C D in sich faſst. Es kann dies Intervall, da es durch Consonanzen gemessen worden, gleich diesen als Maaſsintervall gebraucht werden.

Will man — im Gegensatz der vorigen Theilungsart — von einem höheren Klange zu einem tieferen fortschreiten, so geschieht dies auf folgende Art: Ich zerlege γ Z in drei gleiche Theile; wird nun einer dieser Theile von γ nach der Tiefe zu gesetzt, so erhält man den Grenzklang der Allviere d. Ich zerlege d Z in acht gleiche Theile; wird nun einer dieser Theile von d nach der Tiefe zu gesetzt, so erhält man den Grenzklang des Tons c. u. s. w.

Lage des ersten Tetrachords.

Ich theile G Z in neun gleiche Theile und setze acht derselben, Z A Paranete hyperbolaeon. A Z theile ich wiederum in neun gleiche Theile und setze acht derselben, Z H Trite hyperbolaeon. Der Grenzklang des halben Tons und des Tetrachords ist schon bekannt.

Lage des zweiten Tetrachords.

Der erste Ton C Z, D Z ist bekannt. Um den folgenden zu erhalten, theile ich D Z in neun gleiche Theile und setze acht derselben Z E Trite diezeugmenon. Ferner theile ich C Z in vier gleiche Theile und setze drei derselben, Z F Paramese als den Grenzklang des halben Tons und des Tetrachords. —

Die Lage des dritten und vierten Tetrachords ist der der ersten beiden völlig gleich.

8.

Berechnung des Kanons nach dem unveränderlichen System.

(Gaudent. p. 17.)

Um auch die Verhältnisse der Dissonanzen zu finden, nahmen die Griechen eine Zahl und theilten diese genau eben so wie den besaiteten Kanon. Die Gröſse dieser Zahl ist, so wie die Länge der Saite, gleichgültig; nur muſs sie die Eigenschaft besitzen, niemals Brüche zu geben. Eine solche Zahl ist 2592. Der Verständlichkeit wegen setze ich die Resultate der Berechnungen, den Theilungen des Kanons gegenüber. G Z ist der tiefste Klang und 2592 die gröſste Zahl.

Geschieht die Berechnung mit einem vielfachen Verhältnisse aufsteigend, so wird mit der gröſseren Zahl desselben dividirt; absteigend mit der gröſseren Zahl multiplicirt.

Geschieht die Berechnung mit einem übertheiligen Verhältnisse aufsteigend, so wird mit der gröſseren Zahl desselben dividirt und der Quotient subtrahirt; absteigend mit der kleineren Zahl dividirt und der Quotient addirt.

Geschieht die Berechnung mit einem übertheilten Verhältnisse aufsteigend, so wird mit der gröſseren Zahl desselben dividirt und mit der kleineren der Quotient multiplicirt; absteigend

mit der kleineren Zahl dividirt und der Quotient mit der größeren multiplicirt.

Lage der Allviere.

Ich dividire 2592 mit 4. Wenn ich nun den Quotienten 648 von 2592 subtrahire, so erhalte ich die Grenzzahl der Allviere 1944.

$$\begin{array}{rr} 4) & 2592 \\ & 648 \\ \hline & 1944 \end{array}$$

Es hat also 2592 zu 1944 dasselbe Verhältniſs wie 4 zu 3.

Lage der Allfünfe.

Ich dividire 2592 mit 3. Wenn ich nun den Quotienten 864 von 2592 subtrahire, so erhalte ich die Grenzzahl der Allfünfe 1728.

$$\begin{array}{rr} 3) & 2592 \\ & 864 \\ \hline & 1728 \end{array}$$

Es hat also 2592 zu 1728 dasselbe Verhältniſs wie 3 zu 2.

Lage der Allachte.

Wenn ich 2592 mit zwei dividire so giebt der Quotient 1296, als die Hälfte von 2592, die Grenzzahl der Allachte.

2) 2592 ‖ 1296

Es hat also 2592 zu 1296 dasselbe Verhältniſs wie 2 zu 1.

Lage der Allviere in der Achte.

Ich dividire 2592 mit 8. Wenn ich nun den Quotienten 324 mit 3 multiplicire, so erhalte ich 972 als die Grenzzahl der Allviere in der Achte.

8) 2592 || 324
3
———
972

Es hat also 2592 zu 972 dasselbe Verhältniſs wie 8 zu 3.

Lage der Allfünfe in der Achte.

Wenn ich 2592 mit 3 dividire so giebt der Quotient 864, als der dritte Theil von 2592, die Grenzzahl der Allfünfe in der Achte.

3) 2592 || 864

Es hat also 2592 zu 864 dasselbe Verhältniſs wie 3 zu 1.

Lage der Doppelachte.

Wenn ich 2592 mit 4 dividire, so giebt der Quotient 648, als der vierte Theil von 2592, die Grenzzahl der Doppelachte.

4) 2592 || 648

Es hat also 2592 zu 648 dasselbe Verhältniſs wie 4 zu 1.

Will man — im Gegensatz der vorigen Berechnungsart — von einer kleineren Zahl zu einer gröſseren fortschreiten, so geschieht dieses auf folgende Art. Ich dividire 648 mit 3; wenn ich nun zu 648 den Quotienten 216 addire, so erhalte ich 864 als die Grenzzahl der Allviere nach der Tiefe zu.

3) 648
216

864

Multiplicire ich 648 mit 3, so erhalte ich 1944, als die Grenzzahl der Allfünfe in der Achte nach der Tiefe zu u. s. w.

648
3

1944

Lage des ersten Tetrachords.

Ich dividire 2592 mit 9. Wenn ich nun den Quotienten 288 von 2592 subtrahire, so erhalte ich die Grenzzahl des ersten Tons 2304.

9) 2592
288

2304

Ich dividire 2304 wiederum mit 9. Wenn ich nun den Quotienten 256 von 2304 subtrahire, so erhalte ich die Grenzzahl des zweiten Tons 2048.

9) 2304
256

2048

Die Grenzzahl des halben Tons und Tetrachords 1944 ist schon bekannt. Diesemnach ist also

2048 zu 1944 das Verhältnifs des halben Tons
2304 zu 1944 das des Halbzweitons, und
2592 zu 2048 das des Zweitons.

Die-

Diese Verhältnisse können in kleinere Zahlen aufgelöst werden,

das des halben Tons durch 8 dividirt in 256 zu 243,
das des Halbzweitons durch 72 dividirt in 32 zu 27, und
das des Zweitons durch 32 dividirt in 81 zu 64.

Lage des zweiten Tetrachords.

Die Grenzzahl des ersten Tons 1728 ist bekannt. Ich dividire 1728 mit 9. Wenn ich nun den Quotienten 192 von 1728 subtrahire, so erhalte ich 1536 als die Grenzzahl des zweiten Tons.

$$
\begin{array}{rr}
9) & 1728 \\
 & \underline{192} \\
 & 1536
\end{array}
$$

Ich dividire 1536 mit 256. Wenn ich nun den Quotienten 6 mit 243 multiplicire, so erhalte ich 1458 als die Grenzzahl des halben Tons und des Tetrachords.

$$
\begin{array}{rr|r}
256) & 1536 & 6 \\
 & & \underline{243} \\
 & & 1458
\end{array}
$$

Diesemnach ist also

2304 zu 1458 das Verhältniſs des Viertons,
2592 zu 1536 das des Halbfünftons, und
2592 zu 1458 das des Fünftons

Diese Verhältnisse können wiederum in kleinere Zahlen aufgelöst werden:

das des Viertons durch 18 dividirt in 128 zu 81,
das des Halbfünftons durch 96 dividirt in 27 zu 16, und
das des Fünftons durch 162 dividirt in 16 zu 9.

Die Lage des dritten und vierten Tetrachords ist der der beiden ersten völlig gleich.

9.

Von den diatonischen Schattirungen.

(Ptolem. lib. 2. cap. 14.)

Jedes durch Consonanzen gemessene Intervall hat, wie die Consonanz selbst, eine nothwendige Gröfse, und ein aus solchen Intervallen bestehendes System folglich mathematische Gewifsheit. Nur bei dem vorhin berechneten diatonischen Geschlecht ist dies der Fall. Die übrigen diatonischen Geschlechte sind, da ihre Intervalle nicht durchgehends durch Consonanzen gemessen werden, mehr oder weniger der Willkühr unterworfen. Sie heifsen zur Unterscheidung des Urgeschlechts: diatonische Schattirungen (χρόαι).

10.

Wenn ein vielfaches Intervall, zweimalzusammengesetzt, irgend ein Intervall ausmacht, so mufs dies ebenfalls ein vielfaches sein.

(Euclid. sect. canon. th. 1.)

8 : 4 : 2

Es sei 4 zu 2 das besagte Intervall, und 2 zu 4 gleich 4 zu 8. Ich sage 8 zu 2 ist vielfach. Denn da 4 zu 2 vielfach ist, so

wird 2 die 4 messen. Aber 2 zu 4 ist gleich 4 zu 8; daher wird 2 auch die 8 messen. Folglich ist 8 zu 2 vielfach.

11.

Ein Intervall, das, zweimalzusammengesetzt, ein vielfaches Intervall bildet, muſs selbst ein vielfaches sein.

(Euclid. th. 2.)

8 : 4 : 2

Es sei 4 zu 2 das besagte Intervall und 2 zu 4 gleich 4 zu 8. Ich sage 4 zu 2 ist vielfach. Denn da 8 zu 2 vielfach ist, (s. 10.) so wird 2 die 8 messen. Nun heiſst es aber: wenn bei irgend einer stetig proportionirten Zahlenfolge, die erste Zahl die lezte miſst, so miſst sie auch die mittleren Zahlen. Da nun 2 die 8 miſst, so muſs folglich 4 zu 2 vielfach sein.

12.

Bei einem übertheiligen Intervall können weder eine noch mehrere mittlere Proportionalzahlen gesetzt werden.

(Euclid. th. 3.)

6 : 4 = 3 : 2

Es sei 6 zu 4 das besagte Intervall und 6 zu 4 gleich 3 zu 2. Aber 3 zu 2 ist ein Radicalverhältniſs und daher die Einheit das Maaſs seiner Theile. Es kann demzufolge zwischen 3 und

2 keine mittlere Proportionalzahl gesetzt werden; denn sollte eine gesetzt werden, so müſste sie kleiner als 3 und gröſser als 2 sein, folglich die Einheit getheilt werden, was unmöglich ist. Können aber bei Radicalverhältnissen mittlere Proportionalzahlen gesetzt werden, so kann dies auch bei den gleichen irradicalen geschehen. Aber zwischen 3 und 2 kann keine gesetzt werden, folglich auch nicht zwischen 6 und 4.

13.

Wenn ein nicht vielfaches Intervall zweimal zusammengesetzt wird, so wird dasjenige Intervall, welches hieraus entsteht, weder ein vielfaches noch ein übertheiliges sein.

(Euclid. th. 4.)

9 : 6 : 4

Es sei 6 zu 4 das besagte Intervall, und 4 zu 6 gleich 6 zu 9. Ich sage das Intervall 9 zu 4 ist weder vielfach noch übertheilig. Möge es einmal vielfach sein. Nun lernten wir bereits: Ein Intervall, das, zweimalzusammengesetzt, ein vielfaches Intervall bildet, muſs selbst ein vielfaches sein. (s. 11.) Es müſste demnach 6 zu 4 vielfach sein; aber es ist es nicht. Daher kann auch unmöglich 9 zu 4 vielfach sein. Aber es ist auch nicht übertheilig, indem ein übertheiliges Intervall keine gleichtheilende Mitte hat. (s. 12.) Doch zwischen 9 und 4 fällt 6. Es ist folglich das Intervall 9 zu 4 weder vielfach noch übertheilig.

14.

Ein Intervall, das, zweimalzusammengesetzt, kein vielfaches Intervall bildet, ist selbst auch nicht vielfach.

(Euclid. th. 5.)

9 : 6 : 4

Es sei 6 zu 4 das besagte Intervall und 4 zu 6 gleich 6 zu 9: Ich sage 6 zu 4 ist nicht vielfach. Denn wenn 6 zu 4 vielfach wäre, so müſste auch 9 zu 4 vielfach sein. (s. 10.) Aber es ist es nicht. Daher ist auch 6 zu 4 nicht vielfach.

15.

Die beiden gröſsten übertheiligen Intervalle, das anderthalbige und überdritte, bilden das doppelte Intervall.

(Euclid. th. 6.)

6 : 4 : 3

Es sei 6 zu 4 das anderthalbige, und 4 zu 3 das überdritte Intervall. Ich sage 6 zu 3 ist doppelt. Denn da 6 zu 4 anderthalbig ist, so enthält die gröſsere Zahl die kleinere ein und ein halbes Mal. Es ist daher zweimal 6 gleich dreimal 4. Ferner da 4 zu 3 überdrittig ist, so enthält die gröſsere Zahl die kleinere einmal und ihren dritten Theil. Es ist also dreimal 4 gleich viermal 3. Nun aber ist auch dreimal 4 gleich zweimal 6, und da-

her zweimal 6 gleich viermal 3, einmal 6 aber gleich zweimal 3. Folglich ist 6 zu 3 doppelt.

16.

Das doppelte und anderthalbige Intervall bilden das dreifache.

(Euclid. th. 7.)

6 : 3 : 2

Es sei 6 zu 3 das doppelte und 3 zu 2 das anderthalbige Intervall. Ich sage 6 zu 2 ist dreifach. Denn da 6 zu 3 doppelt ist, so ist einmal 6 gleich zweimal 3. Ferner da 3 zu 2 anderthalbig ist, so enthält die gröſsere Zahl die kleinere ein und ein halbes Mal. Es ist daher zweimal 3 gleich dreimal 2. Nun aber ist auch zweimal 3 gleich einmal 6, und daher einmal 6 gleich dreimal 2. Es ist folglich 6 zu 2 dreifach.

17.

Wenn von dem anderthalbigen Intervall das überdritte genommen wird, so bleibt das überachtige Intervall zurück.

(Euclid. th. 8.)

9 : 8 : 6

Es sei 9 zu 6 das anderthalbige, und 8 zu 6 das überdritte Intervall. Ich sage 9 zu 8 ist überachtig. Denn da 9 zu 6 an-

derthalbig ist, so enthält die gröſsere Zahl die kleinere ein und ein halbes Mal. Es ist daher achtmal 9 gleich zwölfmal 6. Ferner da 8 zu 6 überdrittig ist, so enthält die gröſsere Zahl die kleinere einmal und ihren dritten Theil. Es ist daher neunmal 8 gleich zwölfmal 6. Nun aber ist auch zwölfmal 6 gleich achtmal 9. Folglich ist achtmal 9 gleich neunmal 8, und einmal 9 gleich einmal acht und ein Achttheil. Es ist daher 9 zu 8 überachtig.

18.

Sechs überachtige Intervalle sind gröſser als ein Doppeltes.

(Euclid. th. 9.)

Nimmt man von 262144, als der kleinsten Zahl, sechs überachtige Intervalle,

```
8) 262144
    32768
  -------
8) 294912
    36864
  -------
8) 331776
    41472
  -------
8) 373248
    46656
  -------
8) 419904
    52488
  -------
8) 472392
    59049
  -------
   531441
```

und vergleicht die Grenzzahl derselben mit der des doppelten Intervalls:

$$\begin{array}{r} 262144 \\ 2 \\ \hline 531441 : 524288 \end{array}$$

so findet sich, dafs 6 überachtige Intervalle um das Verhältnifs 531441 zu 524288 gröfser sind als ein doppeltes. Die Ursache hievon ist, dafs die beiden diatonischen halben Töne keine wirklichen Tonhälften sind, sondern beide zusammen ein kleineres Intervall als das überachtige geben.

$$\begin{array}{rcr} 256 & : & 243 \\ 256 & : & 243 \\ \hline 1536 & & 729 \\ 1280 & & 972 \\ 512 & & 486 \\ \hline 65536 & : & 59049 \\ 9 & : & 8 \\ \hline 531441 & : & 524288 \end{array}$$

19.

Das Intervall der Allachte ist vielfach.

(Euclid. th. 10.)

G — g — γ.

Ich nehme die Klänge G g γ. Das Intervall G γ ist die Doppelachte und also consonirend. Es mufs demnach dies Intervall entweder vielfach oder übertheilig sein. (s. 1.) Uebertheilig ist es nicht, weil ein übertheiliges Intervall keine gleichtheilende

Mitte

Mitte hat. (s. 12.) Folglich ist es vielfach. Da nun beide Allachten, G g und g γ, zusammengesetzt, ein vielfaches Intervall bilden, so ist die einzelne Allachte G g auch vielfach. (s. 11.)

20.

Die Intervalle der Allviere und Allfünfe sind beide übertheilig.

(Euclid th. 11.)

G — C — F

Ich nehme die Klänge G C F. Das Intervall G F ist die Doppelviere und daher dissonirend; folglich nicht vielfach. (s. 1.) Da nun beide Allvieren G C und C F, zusammengesetzt, kein vielfaches Intervall bilden, so ist die einzelne Allviere G C auch nicht vielfach. (s. 14.) Aber sie ist doch consonirend, folglich übertheilig. Derselbe Beweis gilt auch von der Allfünfe.

21.

Das Intervall der Allachte ist doppelt.

(Euclid. th. 12.)

Daſs die Allachte vielfach sei, ist bereits gezeigt worden. (s. 19.) Sie muſs demnach entweder doppelt oder gröſser als doppelt sein. Da aber das doppelte Intervall aus den beiden gröſsten übertheiligen Intervallen besteht, (s. 15.) so müſste die Allachte, wenn sie gröſser als doppelt wäre, auch aus mehr als zwei

D

consonirenden Intervallen zusammengesetzt sein. Sie besteht aber nur aus der Allfünfe und Allviere; daher kann sie nicht gröſser als doppelt sein, folglich doppelt.

22.

Das Intervall des Tons ist überachtig.

(Euclid. th. 13.)

Wir lernten schon: wenn von dem anderthalbigen Intervall das überdritte genommen wird, so bleibt das überachtige Intervall zurück. (s. 17.) Trennt man aber die Allviere von der Allfünfe, so bleibt das Intervall des Tons zurück. Es ist demnach das Intervall des Tons überachtig.

23.

Die Allachte ist kleiner als sechs Töne.

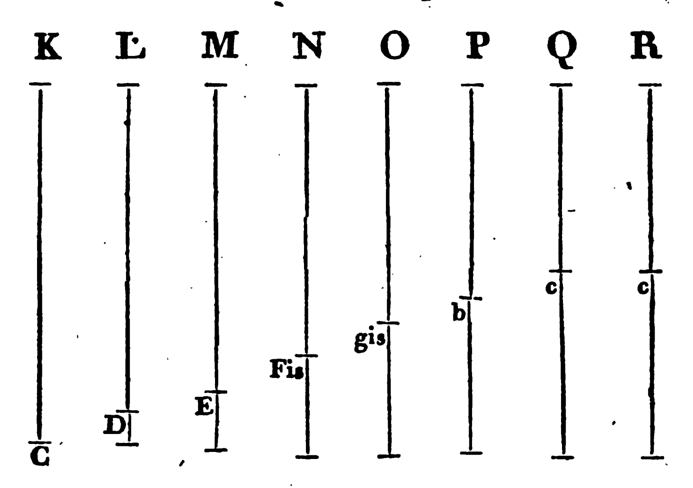
(Euclid. th. 14.)

Es ist schon gezeigt worden die Allachte sei doppelt, (s. 21.) und der Ton überachtig. (s. 22) Aber sechs überachtige Intervalle sind gröſser als ein doppeltes. (s. 18.) Folglich ist die Allachte kleiner als sechs Töne.

24.

Der vorige Satz auf eine andre Art bewiesen.

(Ptolem. lib. 1. cap. 11.)



Man nehme einen achtsaitigen Kanon und stimme alle Saiten im Einklange. Hierauf theile man die Saite K C — nach dem Verhältniſs des Tons 9 zu 8 — in neun gleiche Theile und setze achte derselben L D durch Unterschiebung eines Stegs. L D theile man wiederum in neun gleiche Theile und setze achte derselben M E mit einem Steg. M E theile man ebenfalls in neun gleiche Theile und setze achte derselben N Fis, und so fort bis Q c. Ferner theile man die Saite R in zwei gleiche Theile. R c wird daher die Allachte von K C sein. Schlägt man jezt die beiden Klänge Q c und R c zusammen an, so wird man finden daſs Q c um vieles höher ist als R c. Es ist folglich die Allachte kleiner als sechs Töne.

25.

Die Allviere ist kleiner als zwei und ein halber, die Allfünfe kleiner als drei und ein halber Ton.

(Ptolem. lib. I. cap. 10.)

Dies zu beweisen nehme ich von 1536, als der kleinsten Zahl, drei aufeinanderfolgende Töne.

```
8) 1536
    192
   ----
8) 1728
    216
   ----
8) 1944
    243
   ----
   2187
```

Dann nochmals von 1536 die Allviere.

```
8) 1536
    512
   ----
   2048
```

Durch die Grenzzahl der Allviere 2048 wird der Ton 2187 zu 1944 in zwei ungleiche Theile oder halbe Töne getheilt,

Allviere	1536 — E	Ton
	1728 — D	Ton
	1944 — C	Limma
	2048 — H	Apotome
	2187 — B	

von denen 2187 zu 2048 die Apotome oder der gröſsere halbe Ton, 2048 zu 1944 aber das Limma oder der kleinere halbe Ton ist.

Denn die Zahl 2187 übersteigt die Zahl 2048 um mehr als ihren funfzehnten, und weniger als ihren vierzehnten Theil.

15) 2048	14) 2048
136	146
2184	2194

Die Zahl 2048 aber übersteigt nur die Zahl 1944 um mehr als ihren neunzehnten und weniger als ihren achtzehnten Theil

19) 1944	18) 1944
102	108
2046	2052

Da nun das Intervall 2048 zu 1944 kleiner als ein halber Ton ist, so muſs folglich auch die Allviere 2048 zu 1536 kleiner als zwei und ein halber Ton sein. Aus derselben Ursache ist auch die Allfünfe kleiner als drei und ein halber Ton.

Der Gröſsenunterschied der Axotome und des Limma ist das Verhältniſs 531441 zu 524288 (s. 18.)

2187	: ✕ :	2048
256		243
6561		12288
8748		10240
4374		4096
531441		524288

26.

Der vorige Satz auf eine andere Art bewiesen.

(Euclid. th. 18.)

C—F—g—c.

Ich nehme die Klänge C F g c, F g ist ein Ton und C c die Allachte. Da nun die Allachte kleiner ist als sechs Töne, (s. 23.) so müssen die beiden Allvieren C F und g c, zusammen folglich kleiner als fünf Töne, und die einzelne Allviere C F daher kleiner als zwei und ein halber Ton sein. Aus derselben Ursache ist auch die Allfünfe C g kleiner als drei und ein halber Ton.

27.

Der Ton kann weder in zwei noch in mehrere gleiche Theile getheilt werden.

(Euclid. th. 16.)

Es wurde schon gezeigt der Ton sei überachtig, (s. 22.) also übertheilig. Aber bei einem übertheiligen Intervall können weder eine noch mehrere mittlere Proportionalzahlen gesetzt werden. (s. 12.) Es ist daher der Ton nicht in gleiche Theile zu theilen.

28.

Der eigentliche halbe Ton ist um das Verhältniſs 129 zu 128 gröſser als das Limma.

(Ptolem. lib. 1. cap. 10.)

Arithmetisch wird der Ton in die beiden Verhältnisse 18 zu 17 und 17 zu 16 getheilt,

$$\frac{9 \qquad 8 \atop \qquad\quad 2}{18 : 17 : 16}$$

zwischen welchen der halbe Ton fast in der Mitte liegt, indem er gröſser ist als 18 zu 17, und kleiner als 17 zu 16. Sein Verhältniſs würde demnach ziemlich genau 258 zu 243 sein; denn 17 zu 16 ist gleich $258\frac{3}{16}$ zu 243, und 18 zu 17 gleich $257\frac{5}{17}$ zu 243.

$$16)\ 243 \qquad\qquad 17)\ 243$$
$$\frac{15}{258\frac{3}{16}} \qquad\qquad \frac{14}{257\frac{5}{17}}$$

Da nun das Limma das Verhältniſs 256 zu 243 hat, so ist der wirkliche halbe Ton um das Verhältniſs 258 zu 256 gröſser als das Limma.

$$\overbrace{258 \qquad 256 \qquad\qquad\qquad 243}^{\text{halber Ton}}$$
$$\underbrace{258 \quad 256}_{\text{Unterschied}} \quad \underbrace{256 \quad 243}_{\text{Limma}}$$

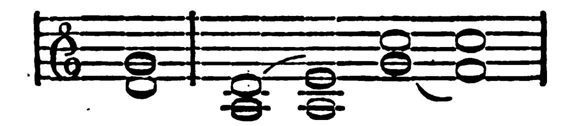
Das Grundverhältniſs von 258 zu 256 ist 129 zu 128.

29.

Die Triten und Parypaten theilen die enharmonische Verdichtung (πυκνόν) nicht in gleiche Theile.

(Euclid. th. 17. et 18.)

Ich nehme die Allviere D g, und dann durch die Consonanz (s. 2.) von beiden Seiten die Töne D E und F g.



Da nun D E gleich ist F g, und D F gleich ist E g; so müſste der Klang, welcher E F in zwei gleiche Theile theilt, auch D g in zwei gleiche Theile theilen. Aber D g ist die Allviere und also ein übertheiliges Intervall. (s. 20.) Ein übertheiliges Intervall aber hat keine gleichtheilende Mitte. (s. 12.) Es wird folglich die enharmonische Verdichtung durch die Trite nicht in gleiche Theile getheilt. Dasselbe gilt auch von der Parypate.

Grund-

Grundsätze
der
Aristoxenianer.

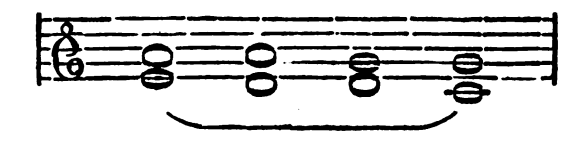
E

30.

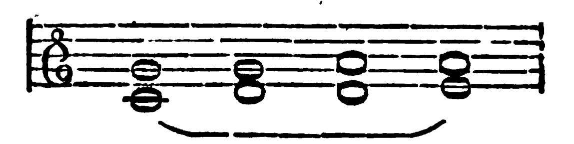
Stimmung der Dissonanzen durch die Consonanz.

(Euclid. th. 4.)

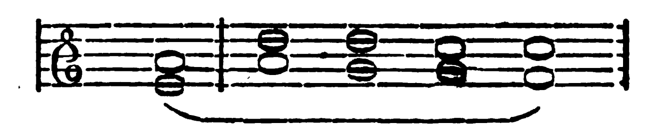
Wenn verlangt wird von einem gegebenen Klange nach der Tiefe zu eine Dissonanz zu nehmen, z. B. den Zweiton oder sonst irgend ein Intervall, das durch die Consonanz gemessen werden kann, (s. 2.) so geschieht dies mit steigenden Allvieren und fallenden Allfünfen auf folgende Art: Es sei E der gegebene Klang. Von E nehme ich nach der Höhe zu die Allviere a, von a nach der Tiefe zu die Allfünfe D, von D wiederum nach der Höhe zu die Allviere g, und von g nach der Tiefe zu die Allfünfe C. E C ist also ein durch die Consonanz gestimmter Zweiton.



Soll dagegen die Dissonanz von einem gegebenen Klange nach der Höhe zu genommen werden, so geschieht dies umgekehrt, mit steigenden Allfünfen und fallenden Allvieren.



Auf diese Weise wird auch, wenn ich von einem consonirenden Intervall die Dissonanz durch die Consonanz trenne, das übrigbleibende Intervall durch die Consonanz gemessen sein; denn wenn man z. B. den Zweiton von der Consonanz der Allviere trennt, so ist leicht einzusehn, daſs dasjenige Intervall, um welches die Allviere gröſser ist als der Zweiton — da die beiden Klänge der Allviere ebenfalls consoniren — auch durch die Consonanz gestimmt seyn müsse. Es sei E a die Allviere. Wenn ich nun von a nach der Höhe zu die Allviere d, von d nach der Tiefe zu die Allfünfe g, von g wiederum nach der Höhe zu die Allviere c, und von c nach der Tiefe zu die Allfünfe F nehme; so bestimmt dieses F, als tiefster Grenzklang der letzten Allfünfe, genau die Gröſse des Intervalls E F, um welches die Allviere gröſser ist als der Zweiton.



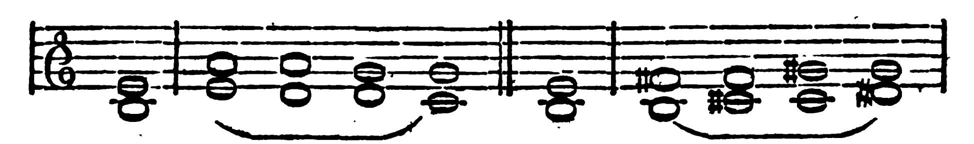
Es ist also ganz klar, daſs wenn eine Dissonanz von einer Consonanz durch Consonanzen getrennt worden, das übrigbleibende Intervall ebenfalls durch die Consonanz gemessen ist.

31.

Die Allviere besteht aus zwei und einem halben, die Allfünfe aus drei und einem halben Ton.

(Aristox. p. 56.)

Ob die Allviere wirklich aus zwei und einem halben Ton bestehe, kann auf folgende Art mit der gröfsten Genauigkeit untersucht werden. Man nehme die Allviere H E und trenne durch die Consonanz von beiden Seiten die Zweitöne E C und H Dis.



Da nun die beiden Zweitöne von gleicher Gröfse sind, so müssen auch die beiden übrigbleibenden Intervalle H C und Dis E von gleicher Gröfse sein. — Ferner nehme man von dem tiefen Grenzklange des höheren Zweitons die Allviere nach der Höhe zu C F, und von dem höheren Grenzklange des tieferen Zweitons die Allviere nach der Tiefe zu Dis B. Hierdurch erhält man die Intervalle B H und E F, welche, da sie auf gleiche Art wie H C und Dis E genommen worden, auch mit diesen von gleicher Gröfse sein müssen. Es sind also alle vier Intervalle unter sich vollkommen gleich.

Jetzt schlage man die beiden Grenzklänge des Systems B F zusammen an. Dissoniren sie (διάφωνοι) d. h. sind sie schwebend, so ist es ausgemacht, dafs die Allviere nicht aus zwei und einem halben Ton besteht; geben sie aber die reine Allfünfe an — und das thun sie — so mufs die Allviere aus zwei und einem halben

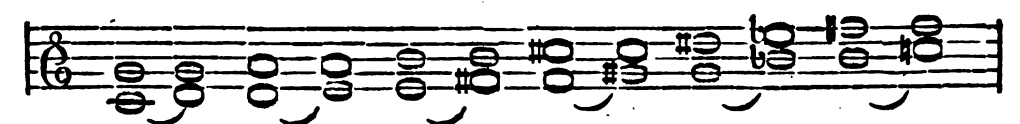
Ton bestehn. Denn da B Dis die Allviere, B F die Allfünfe und der Gröſsenunterschied beider Intervalle der Ton ist, welcher durch den Klang E in zwei gleiche Hälften getheilt worden, und jede Hälfte die Gröſse hat, um welche die Allviere gröſser ist als der Zweiton; so ist leicht einzusehn daſs die Allviere fünf ganz gleiche halbe Töne in sich fassen müsse. Hieraus folgt nun auch, daſs die Allfünfe B F nicht anders als rein sein kann; weil man, wenn dies nicht der Fall wäre, die Allviere H E selbst als unrein betrachten müſste, da die Intervalle B H und E F, welche zusammen genau einen Ton ausmachen, ihr von beiden Seiten zugefügt worden sind. Es muſs demnach, da die Allviere aus zwei und einem halben Ton besteht, die Allfünfe aus drei und einem halben Ton bestehen.

32.

Die Allachte besteht aus sechs Tönen (s. 23.)

(Aristox. p. 57.)

Da die Allviere aus zwei und einem halben, die Allfünfe aber aus drei und einem halben Ton besteht, und die Allachte aus diesen beiden Consonanzen zusammengesetzt ist; so folgt von selbst schon, daſs sie aus sechs Tönen bestehen müsse. Man kann es jedoch auch besonders beweisen, wenn man durch die Consonanz, sechs aufeinanderfolgende Töne nimmt.



Consoniren nun die beiden Klänge C c — und das thun sie — so muſs auch die Allachte aus sechs Tönen bestehen.

Fehler
der
Neueren.

33.

Von den Tongeschlechtern der Neuern.

(Ptolem. lib. 2. cap. 14.)

Stimmen wir das System der Octave durch die Consonanz, so entstehen die beiden unverbundenen Tetrachorde C D E F g a h c, (s. 2.) wovon die Gröſse und Einrichtung des einen, der Gröſse und Einrichtung des andern auf das allervollkommenste gleich ist. Es können demnach von dem Satze: wie ein Tetrachord eingerichtet ist so müssen sie alle eingerichtet sein — als Naturgesetz — keine Ausnahmen Statt finden. Wenn nun die Neueren das erste Tetrachord (10 : 9, 9 : 8, 16 : 15) nach dem Ptolemäus, das andre (9 : 8, 10 : 9, 16 : 15) nach dem Didymus einrichten,

	259200 —	G	— 259200	
10 : 9	—	Gis	— 248832	25 : 24
	233280 —	A	— 233280	16 : 15
9 : 8	—	B	— 216000	27 : 25
	207360 —	H	— 207360	25 : 24
16 : 15	194400 —	C	— 194400	16 : 15
9 : 8	—	Cis	— 186624	25 : 24
	172800 —	D	— 172800	27 : 25
10 : 9	—	Dis	— 162000	16 : 15

	155520 —	E	— 155520	25 : 24
16 : 15	145800 —	F	— 145800	16 : 15
9 : 8		Fis	— 138240	135 : 128
	129600 —	g	— 129600	16 : 15
10 : 9		gis	— 124416	25 : 24
	116640 —	a	— 116640	16 : 15
9 : 8		b	— 108000	27 : 25
	103680 —	h	— 103680	25 : 24
16 : 15	97200 —	c	— 97200	16 : 15
9 : 8		cis	— 93312	25 : 24
	86400 —	d	— 86400	27 : 25
10 : 9		dis	— 81000	16 : 15
16 : 15	77760 —	e	— 77760	25 : 24
	72900 —	f	— 72900	16 : 15
9 : 8		fis	— 69120	135 : 128
	64800 —	γ	— 64800	16 : 15

so verfallen sie dadurch in zwei sehr grobe Fehler. Der erste Fehler ist die Ungleichheit der Tetrachorde; der zweite, daſs, weil die Intervalle 10 zu 9 und 16 zu 15 nicht durch Consonanzen gemessen worden, unser diatonisches Geschlecht kein Urgeschlecht, sondern eine diatonische Schattirung ist. (s. 9.) Wäre aber die Theorie der neueren Tongeschlechter nicht durchaus fehlerhaft, so müſsten die Verhältnisse der Intervalle des ersten Tetrachords

der halbe Ton	. . .	16 : 16
der kleinere Ton	. .	10 : 9
der gröſsere Ton	. .	9 : 8
die kleine Terz	. . .	6 : 5
die groſse Terz	. . .	5 : 4
die Quarte	. . . .	4 : 3

und ihre Umkehrungen

die groſse Septime	. .	15 : 8
die gröſsere kleine Septime		9 : 5
die kleine Septime	. .	16 : 9
die groſse Sexte	. . .	5 : 3
die kleine Sexte	. . .	8 : 5
die Quinte	. . . . .	3 : 2

die Verhältnisse aller Intervalle des Systems sein; allein eine groſse Anzahl weicht hiervon ab, und diese sind folglich als unrichtig zu betrachten. Ich will der Kürze wegen nur die unrichtigen Quinten, Quarten, Terzen und Sexten hersetzen.

Unrichtige Quinten.

B F . . 40 : 27 }
D α . . 40 : 27 } um das Verhältniſs 81 zu 80 zu klein,
Fis cis . 40 : 27 }
Gis Dis . 192 : 125, um das Verhältniſs 128 zu 125 zu groſs.

Unrichtige Quarten.

A D . . 27 : 20 }
Cis Fis . 27 : 20 } um das Verhältniſs 81 zu 80 zu groſs,
F b . . . 27 : 20 }
Dis gis . 125 : 96, um das Verhältniſs 128 zu 125 zu klein,

Unrichtige groſse Terzen.

Gis C . . 32 : 25 }
H Dis . 32 : 25 }
Cis F . . 32 : 25 } um das Verhältniſs 128 zu 125 zu groſs,
Fis b . . 32 : 25 }

Unrichtige kleine Sexten.

C gis	25 : 16	um das Verhältniſs 128 zu 125 zu klein,
Dis h	25 : 16	
F cis	25 : 16	
B Fis	25 : 16	

Unrichtige kleine Terzen.

B Cis	125 : 108,	um das Verhältniſs 648 zu 625 zu klein,
D F	32 : 27	um das Verhältniſs 81 zu 80 zu klein,
Fis *a*	32 : 27	
Dis Fis	75 : 64	um das Verhältniſs 128 zu 125 zu klein,
F gis	75 : 64	

Unrichtige groſse Sexten.

Cis b	216 : 125,	um das Verhältniſs 648 zu 625 zu groſs,
F d	27 : 16	um das Verhältniſs 81 zu 80 zu groſs,
A Fis	27 : 16	
Fis dis	128 : 75	um das Verhältniſs 128 zu 125 zu groſs.
Gis F	128 : 75	

Ein System wie dieses, in welchem 26 der wichtigsten Intervalle unrichtig sind, würde, wenn es wirklich praktisch ausführbar wäre, jedem gebildeten Menschen Schauder erregen.

34.

Von der musikalischen Temperatur.

(Marpurg Versuch über die Temperatur.)

Durch die vier Sätze, daſs
zwölf Quinten und
vier kleine Terzen
ein gröſseres Intervall,
zwölf Quarten und
drei groſse Terzen
ein kleineres Intervall als die Octave geben, wollen unsere Theoretiker die Nothwendigkeit der Temperatur, d. h. die Nothwendigkeit, alle Quinten und kleine Terzen zu verkleinern, und alle Quarten und groſse Terzen zu vergröſsern, beweisen. Da nun der Fehler der unrichtigen Quinten und kleinen Terzen unseres Systems gerade der ist, daſs sie zu klein, der Fehler der unrichtigen Quarten und groſsen Terzen, daſs sie zu groſs sind; (s. 33.) so würden, den besagten vier Sätzen zufolge, nicht nur alle reinen Intervalle des Systems — die Octave ausgenommen — unrein, sondern die schon unreinen noch unreiner gemacht werden müssen. Daſs aber diese vier Sätze gänzlich falsch sind, geht schon daraus hervor, daſs zwölf Quarten denselben Raum füllen sollen wie zwölf Quinten, da doch zwölf Quinten um eben soviel Töne gröſser sind als zwölf Quarten. Ferner wird die Berechnung der zwölf Quinten, mit Quinten und Quarten, und die Berechnung der Quarten, mit Quarten und Quinten gemacht. Man setzt also voraus, daſs eine Quinte und Quarte ein gröſseres In-

tervall geben, als eine Quarte und Quinte. Doch jetzt zu den mathematischen Beweisen.

„Beweis daſs zwölf Quinten in dem Verhältniſs 3 zu 2 ein gröſseres Intervall als die Octave in dem Verhältniſs 2 zu 1 geben."

„Damit die nach und nach kommenden Intervalle inner„halb des Umfanges einer einzigen Octave erhalten, und solche „nicht zu zwei- drei- und mehrmal zusammengesetzten Interval„len werden, so wird die Berechnung mit steigenden Quinten „und fallenden Quarten gemacht."

									Log.		
I	c	:	g	=	3	:	2	=	0,4771212½	—	0,3010300
II	g	:	d	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	d	=	9	:	8	=	0,9542425	—	0,9030900
III	d	:	a	=	3	:	2	=	0,4771212½	—	0,3010300
	c	:	a	=	27	:	16	=	1,4313637½	—	1,2041200
IV	a	:	e	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	e	=	81	:	64	=	1,9084850	—	1,8061800
V	e	:	h	=	3	:	2	=	0,4771212½	—	0,3010300
	c	:	h	=	243	:	128	=	2,3856062½	—	2,1072100
VI	h	:	fis	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	fis	=	729	:	512	=	2,8627275	—	2,7092700
VII	fis	:	cis	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	cis	=	2187	:	2048	=	3,3398487½	—	3,3113300
VIII	cis	:	gis	=	3	:	2	=	0,4771212½	—	0,3010300
	c	:	gis	=	6561	:	4096	=	3,8169700	—	3,6123600
IX	gis	:	dis	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	dis	=	19683	:	16384	=	4,2940912½	—	4,2144200
X	es / dis	:	b / ais	=	3	:	2	=	0,4771212½	—	0,3010300
	c	:	b	=	59049	:	32768	=	4,7712125	—	4,5154500
XI	b	:	f	=	3	:	4	=	0,4771212½	—	0,6020600
	c	:	f	=	177147	:	131072	=	5,2483337½	—	5,1175100
XII	f	:	$\bar{c}$	=	3		2	=	0,4771212½	—	0,3010300
	c	:	$\bar{c}$	=	531441	:	262144	=	5 7254550	—	5 4185400

„Wenn die gefundene Octave c : $\bar{c}$ mit dem reinen Verhältniſs „2 : 1 vergleichen wird, als

$$\frac{531441}{216244} \times \tfrac{1}{2} 1062882 : \begin{cases} 531441 = 2 : 1 \text{ kleinstes Intervall,} \\ 524288 = 531441 : 262144 \text{ gröſstes Intervall,} \end{cases}$$

„so findet man, daſs das Intervall 531441 : 262144 um das pytha- „gorische Komma 531441 : 524288 gröſser als die Octave 2 : 1 ist, und daſs also zwölf Quinten in dem Verhältniſs 3 : 2 mehr geben als sie geben sollen.

Widerlegung.

Eine steigende Quinte und fallende Quarte geben als Resultat die Fortschreitung eines Tons nach der Höhe zu. (s. 30.) Es ist daher obige Berechnnng keinesweges eine Berechnung von zwölf Quinten, sondern der Beweis: daſs sechs Töne in dem Verhältniſs 9 zu 8 ein gröſseres Intervall als die Octave 2 zu 1 geben; und diesen Beweis habe ich — nur in umgekehrter Folge — bereits nach dem Euklides geführt. (s. 18.) Um jedoch meine Behauptung über allen Zweifel zu erheben, setze ich nebst der Berechnung des Euklides, auch die Berechnung der sechs Töne vermöge steigender Quinten und fallender Quarten her, wo man bei Vergleichung dieser beiden Berechnungen genau dieselben Resultate finden wird.

Berechnung von sechs Tönen in dem Verhältniſs 9 zu 8 in aufwärtssteigender Folge.

9) 531441 . . .
59049

9) 472392 . . .
52488

9) 419904 . . .
46656

9) 373248 . . .
41472

9) 331776 . . .
36864

9) 294912 . . .
32768

262144 . . .

Be-

Berechnung von sechs Tönen in dem Verhältniſs 9 zu 8 vermöge steigender Quinten und fallender Quarten.

3) 531441 . . .
177147

3) 354294 . . .
118098

3) 472392 . . .
157464

3) 314928 . . .
104976

3) 419904 . . .
139968

3) 279936 . . .
93312

3) 373248 . . .
124416

3) 248832 . . .
282944

3) 331776 . . .
110592

3) 221184 . . .
73728

3) 294912 . . .
98304

3) 196608 . . .
65536

262144 . . .

„Beweis daſs zwölf Quarten in dem Verhältniſs 3 zu 4 ein kleineres Intervall als die Octave 2 zu 1 geben."

„Die Berechnung geschieht hier aus eben den Ursachen, „wie bei der Berechnung der zwölf Quinten, wiewohl umgekehrt, „mit steigenden Quarten und fallenden Quinten."

					Log.
I	c : f	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
II	f : b	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : b	=	16 : 9	=	1,2041200 — 0,9542425
III	b : es	=	2 : 3	=	0,3010300 — 0,4771212½
	c : es	=	32 : 27	=	1,5051500 — 1,4313637½
IV	{es / dis} : {as / gis}	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	a : gis	=	128 : 81	=	1,1072100 — 1,9084850
V	gis : cis	=	2 : 3	=	0,3010300 — 0,4771212½
	c : cis	=	256 : 243	=	2,4082400 — 2,3856062½
VI	ais : fis	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : fis	=	1024 : 729	=	3,0103000 — 2,8627275
VII	fis : h	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : h	=	4096 : 2187	=	3,6123600 — 3,3398487½
VIII	h : e	=	2 : 3	=	0,3010300 — 0,4771212½
	c : e	=	8192 : 6591	=	3,9133900 — 3,8169700
IX	e : a	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : a	=	32768 : 19683	=	4,5154500 — 4,2940912½
X	a : d	=	2 : 3	=	0,3010300 — 0,4771212½
	c : d	=	65536 : 59049	=	4,8164800 — 4,7712125
XI	d : g	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : g	=	262144 : 177147	=	5,4185400 — 5,2483337½
XII	g : c̄	=	4 : 3	=	0,6020600 — 0,4771212½
	c : c̄	=	1048576 : 531441	=	6,0206000 — 5,7254550

„Wenn die gefundene Octave c : c̄ mit dem reinen Verhältniſs „2 : 1 vergleichen wird, als

$$\frac{1048576}{351441} \times \frac{2}{1} \; 2097152 : \begin{cases} 1048576 = 2 : 1 \text{ gröſstes Intervall,} \\ 1062882 = 1048576 : 531441 \text{ kleinstes Intervall,} \end{cases}$$

„so findet man, daſs das Intervall 1048576 : 531441 um das Kom-

„ma 1062882 : 1048576 = 531441 : 524288 kleiner als die Octave „2 : 1 ist, und daſs also zwölf Quarten in dem Verhältniſs 4 : 3 „**weniger** geben, als sie geben sollen. Sie geben aber gerade um „so viel weniger, als zwölf Quinten in dem Verhältniſs 3 : 2 zu „viel geben."

Widerlegung.

So wie eine steigende Quinte und fallende Quarte als Resultat die Fortschreitung eines Tons nach der Höhe zu geben, so geben umgekehrt eine steigende Quarte und fallende Quinte die Fortschreitung eines Tons nach der Tiefe zu. (s. 30.) In der Nichtbeachtung dieses einfachen Satzes — indem auch hier eine steigende Folge der sechs Töne angenommen wird — liegt der Hauptfehler dieser Berechnung, der recht eigentliche Urquell der Temperatur, verborgen. Denn durch die verdrehte Folge von Quarten und Quinten werden die Zahlen der beiden Grenzklänge umgekehrt: da nun bekanntlich gröſsere Intervalle durch die Umkehrung zu kleineren werden, und sechs Töne in dem Verhältniſs 9 zu 8 ein **gröſseres** Intervall als die Octave geben; so muſs durch dessen Umkehrung nothwendigerweise ein **kleineres** Intervall als die Octave entstehen.

262144 : 531441 gröſseres Intervall	als die Octave.
4	
1048576 : 531441 kleineres Intervall	

Eine Folge von steigenden Quarten und fallenden Quinten giebt dasselbe Resultat, wie eine Folge von steigenden Quinten und fallenden Quarten. Durch Vergleichung der untenstehenden

Berechnungen mit den beiden vorhergehenden, wird die Richtigkeit dieses Satzes aufser Zweifel gesetzt werden.

Berechnung von sechs Tönen in dem Verhältnifs 9 zu 8 in abwärtssteigender Folge.

8) 262144 . . .
32768

8) 294912 . . .
36864

8) 331776 . . .
41472

8) 373248 . . .
46656

8) 419904 . . .
52488

8) 472392 . . .
59049

531441 . . .

Berechnung von sechs Tönen in dem Verhältnifs 9 zu 8 vermöge steigender Quarten und fallender Quinten.

4) 262144 . . .
65536

2) 196608 . . .
98304

4) 294912 . . .
73728

2) 221184 . . .
110592

4) 331776 . . .
82944

2) 248832 . . .
124416

4) 373248 . . .
93312

2) 279936 . . .
139968

4) 419904 . . .
104976

2) 314928 . . .
157464

4) 472392 . . .
118098

2) 354294 . . .
177147

531441 . . .

Was endlich die Beweise betrifft, dafs drei grofse Terzen in dem Verhältnifs 5 zu 4 ein kleineres Intervall, uud vier kleine Terzen in dem Verhältnifs 6 zu 5 ein gröfseres Intervall als die Octave geben; so habe ich bereits gesagt, dafs alle Intervalle,

die nicht Consonanzen oder durch Consonanzen gemessen sind, eine willkührliche Gröfse haben. (s. 9.) Die Terzen 5 zu 4 und 6 zu 5 sind aber weder Consonanzen noch durch Consonanzen gemessen; folglich ist ihre Gröfse willkührlich, und aus diesem Grunde die gedachten Beweise gar keiner weiteren Berücksichtigung würdig.

So wären denn die Grundpfeiler der Temperatur zertrümmert. Fort also mit dieser elenden Erfindung! sie hat uns lange genug Schande gemacht.

35.

Von den übermäfsigen und verminderten Intervallen.

Obgleich sich unsere Theoretiker über die Anzahl der in dem Umfange einer Octave enthaltenen Intervalle noch nicht haben vereinigen können, so nehmen doch die mehresten wenigstens achtzehn, zwanzig, vierundzwanzig, sechsundzwanzig, ja andre sogar einige vierzig an. Zu dieser Ungereimtheit sind sie durch unser fehlerhaftes Notensystem verleitet worden, weil in diesem ein durch ein b oder bb erniedrigtes Intervall von einem durch ein ♯ oder × erhöhten, verschieden zu sein scheint, obwohl sie praktisch, d. h. auf einem Instrumente angegeben, es keinesweges sind. Die auf diese Art enstehenden Intervalle heifsen übermäfsige und verminderte. Wie man sich aber so sehr hat vergessen können, für diese eingebildete Verschiedenheit besondere Zahlenverhältnisse zu erfinden, und wohlklingende Inter-

valle für übelklingende zu halten, ist, wie so manches andere in der neueren Musik, ganz unbegreiflich. — Jetzt einige Beispiele.

Die übermäſsige Secunde CDis, hat als übelklingendes Intervall, das Verhältniſs 75 zu 64; praktisch ist es die wohlklingende kleine Terz.

Die übermäſsige Terz CEis, hat, als übelklingendes Intervall, das Verhältniſs 675 zu 512; praktisch ist es die reine Quarte.

Die verminderte Sexte Cis as, hat, als übelklingendes Intervall, das Verhältniſs 972 zu 625; praktisch ist es die reine Quinte.

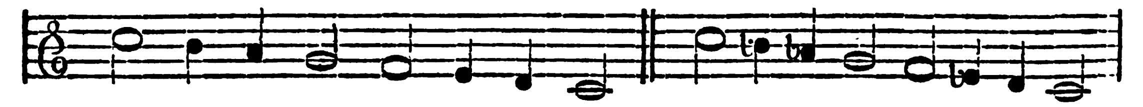
Die verminderte Septime Cis b, hat, als übelklingendes Intervall, das Verhältniſs 128 zu 75; praktisch ist es die wohlklingende groſse Sexte u. s. w.

36.

Moll.

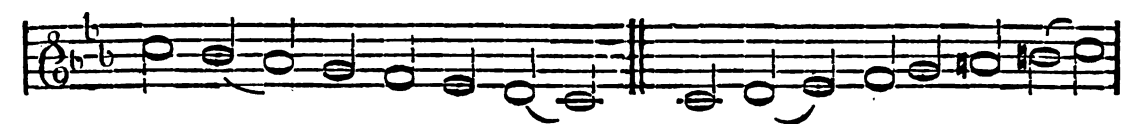
(Aristox. p. 63. 65.)

Durch die verschiedene Lage der festen Klänge werden die Tonarten (s. 5.) durch die verschiedene Lage der beweglichen Klänge, die Geschlechter gebildet. Da nun in Dur und Moll die Lage der festen Klänge, d. h. die Lage der Tonica, Dominante und Unterdominante, dieselbe ist;



so kann Moll keine Tonart sein. Folglich ein Geschlecht. Aber dieſs Geschlecht ist ein gar besonderes, denn es besteht aus lau-
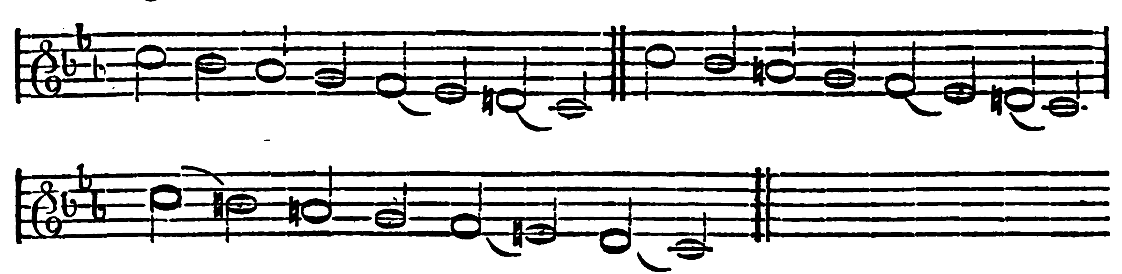
ter Fehlern. Der erste Fehler ist die Ungleichheit der abwärts- und aufwärtssteigenden Klangleiter.



Der zweite, die Ungleichheit der Tetrachorde. (s. 33.) Der dritte, daſs die abwärtssteigende Klangleiter kein Semitonium modi hat. Der vierte, daſs in der aufwärtssteigenden Klangleiter vier ganze Töne und zwei groſse Terzen aufeinander folgen.



Diese Fehler können alle gehoben werden, wenn die Gleichheit der Tetrachorde hergestellt wird. Doch alsdann erhält man eben so viele verschiedene Durtonarten, als es verschiedene Tetrachorde giebt.



Es kann demnach unser Moll ohne diese Fehler nicht bestehen; mit diesen Fehlern aber ist es der höchste Vandalismus.

37.

Eintheilung der Intervalle in consonirende und dissonirende.

(Porphyr. p. 286.)

Die Griechen unterschieden zwar die Intervalle in wohlklingende (ἐμμελεῖς) und übelklingende, (ἐκμελεῖς) allein sie betrachteten diese Unterscheidung, — da zwischen der kleinen Terz und dem Ton, und der grofsen Sexte und der Septime, noch unendlich viele wohlklingende und übelklingende Intervalle möglich sind, und daher die Grenze des Wohllauts und Uebellauts unbestimmbar ist, — nicht als eine wissenschaftliche Eintheilung. — Wenn demnach die Neueren die Intervalle in consonirende und dissonirende theilen, so fehlen sie zwiefach; erstlich, weil sie, wider den Sinn der Worte, darunter wohlklingende und übelklingende Intervalle verstehen; (s. 2.) zweitens, weil die Eintheilung der Intervalle in wohlklingende und übelklingende, in wissenschaftlicher Hinsicht durchaus unstatthaft ist.

38.

Arithmetische Bestimmung des Grades der Vollkommenheit der Consonanzen.

(Ptolem. lib. 1. cap. 2. Porphyr. p. 280.)

Nach den Grundsätzen der Pythagoräer wird der Grad der Vollkommenheit der drei ursprünglichen Consonanzen durch die Zahlen 1, 3, 5 ausgedruckt. Diese Zahlen erhält man, wenn von

jedem Gliede der consonischen Verhältnisse die Einheit abzieht, und dann die übrigbleibenden Zahlen zu einander addirt.

2 : 1	3 : 2	4 : 3
1 1	1 1	1 1
1 0	2 1	3 2
1	3	5

In dem Verhältniſse wie die Gröſse der Zahlen zunimmt, nimmt die consonische Vollkommenheit ab. Es ist daher die Consonanz der Octave, welche durch die Einheit ausgedruckt wird, vollkommener als die der Quinte; die Consonanz der Quinte aber wiederum vollkommener als die der Quarte.

Unsere Theoretiker haben dies Verfahren den Pythagoräern auf eine äuſserst lächerliche Art nachgebildet. Sie stellen den Satz auf: je mehr ein Intervall sich der Einheit nähert, desto vollkommener ist es. Ein Intervall, oder vielmehr sein Zahlenverhältniſs, kann aber auf keine Weise mit einer einzelnen Zahl verglichen werden: daher muſs dieser Satz zum wenigsten heiſsen: je mehr ein Intervall sich dem Verhältniſs der Gleichheit nähert, desto vollkommener ist es. Nun aber ist ein kleineres Intervall dem Verhältniſs der Gleichheit näher als ein gröſseres; folglich die Quarte die vollkommenste Consonanz.

39.

Tontheilung des Philolaus.

(Boeth. de Mus. lib. 3. cap. 8.)

Der Ton, wie ich bereits gezeigt, (s. 25.) wird consonisch in zwei halbe Töne von ungleicher Gröſse getheilt. Den gröſseren halben Ton in dem Verhältniſs 2187 zu 2048 nannte Philolaus die Apotome; den kleineren in dem Verhältniſs 256 zu 243 die Diesis; und den Gröſsenunterschied von beiden in dem Verhältniſs 531441 zu 524288 das Komma. Das Komma theilte er wiederum in zwei Schismata; vier Schismata bildeten das Diaschisma; zwei Diaschismata, die Diesis; die Diesis und ein Komma, die Apotome; die Diesis und ein Schisma, die Hälfte des Tons. Der ganze Ton enthielt demnach neun Kommata oder achtzehn Schismata; die Apotome, fünf Kommata oder zehn Schismata; die Diesis, vier Kommata oder acht Schismata. — Diese Theilung des Tons wurde jedoch mit Recht als unrichtig verworfen, indem ein übertheiliges Intervall nicht in gleiche Theile getheilt werden kann, (s. 12.) und folglich neun Kommata in dem Verhältniſs 531441 zu 524288 entweder kleiner oder gröſser als der Ton 9 zu 8 seyn müssen.

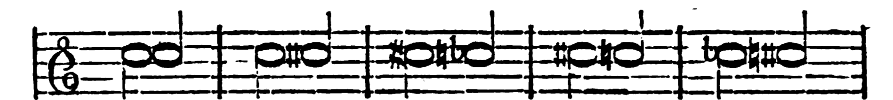
Diese verwerfliche Enfindung des Philolaus hat zu der noch verwerflicheren Erfindung der Kommaten in der neueren Musik Anlaſs gegeben. Da jedoch die Zarlinische Einrichtung des Systems und die Temperatur nicht länger bestehen können, so wird ja wohl der Unfug mit den Kommaten auch ein Ende nehmen.

40.

Vom Einklange.

(Porphyr. p. 271.)

So wie der Punkt der Anfang der Linie ist, aber keine Linie selbst, so ist der Einklang (ὁμοφωνία) der Anfang aller Intervalle, aber selbst kein Intervall. Denn ein Intervall erfordert Verschiedenheit der Klänge in Hinsicht auf Höhe und Tiefe, und der Einklang ist untheilbar wie das Verhältniſs der Gleichheit. (s. 6.) Wenn demnach die Neueren den Einklang unter die Intervalle zählen,



so ist dies ein unverzeihlicher Fehler; wenn sie aber auch einen groſsen, kleinen, übermäſsigen und verminderten Einklang annehmen, so muſs jeder Vernünftige darüber erstaunen.

Anmerk. Euclides sect. canon. ist aus Meibomii scriptor. Rei Mus. und Porphyrius nach der Wallisschen Ausgabe citirt.

Druckfehler.

Seite 6. — 12. dizeugmenon muſs heiſsen: diezeugmenon etc.
— 14. — 20. mit zwei dividire muſs heiſsen: mit 2 dividire etc.
— 35. — 3. Euclid. th. 4 muſs heiſsen: Aristox. p. 55.
— 37. — 3. muſs zugesetzt werden: (§. 25.)
— 37. — 12. tiefen muſs heiſsen: tiefern
— 50. — 4. von unten vergleichen muſs heiſsen verglichen